

模糊综合评价法



什么是模糊数学？

1

模糊综合评价法的内容

2

模糊综合评价法应用举例

3

第一节

什么是模糊数学

一、模糊数学的产生

1965年，L.A. Zadeh（扎德）发表了文章《模糊集》(Fuzzy Sets, Information and Control, 8, 338-353)，第一次成功地运用精确的数学方法描述模糊概念，从而宣告了模糊数学的诞生。



L. A. Zadeh (1921~)
美国工程院院士。
生于苏联巴库，1949
年获哥伦比亚大学电
机工程博士。

二、模糊数学的基本概念

1、模糊概念

“年轻、年老、高矮、胖瘦、美丑、阴天、清晨...”

- 模糊概念导致模糊现象；
- 模糊概念不能用普通集合加以描述；
- 从属于该概念到不属于该概念之间无明显分界线，即模糊(fuzzy)概念的外延不清楚。

二、模糊数学的基本概念

2、模糊集合

- 边界不明确的集合称为**模糊集合**，可表示为 \tilde{A} 。
- **隶属度**：表示在模糊集合中每一个元素 u 属于模糊集合 \tilde{A} 的隶属程度，记作 $\mu_{\tilde{A}}(u)$ 。可在 $[0,1]$ 区间连续取值。
- **隶属函数**：设 \tilde{A} 是定义在论域 U 上的一个模糊集合，将 U 中每一个元素 u 和区间 $[0,1]$ 中的一个数 $\mu_{\tilde{A}}(u)$ 结合起来，也就是有一个元素就有一个隶属度相对应，这样就定义了一个函数，称为 \tilde{A} 的隶属函数。

二、模糊数学的基本概念

3、隶属度的确定

- 最简单的方法是根据经验或**统计**而定，或者由某个权威给出。
- 常用的方法是建立**隶属函数**求解隶属度。
- 隶属函数的确定方法有：**模糊统计法、三分法、模糊分布法等。**

第二节

模糊综合评价法的内容

一、基本术语

指标
/因素

•指标是根据研究的对象和目的，能够确定地反映研究对象某一方面情况的特征依据。

指标
体系

•指标体系是由多个相互联系、相互作用的评价指标，按照一定的层次结构组成的有机整体。

综合
评价

•综合评价是指通过一定的数学模型将多个评价指标值合成为一个整体性的综合评价值。

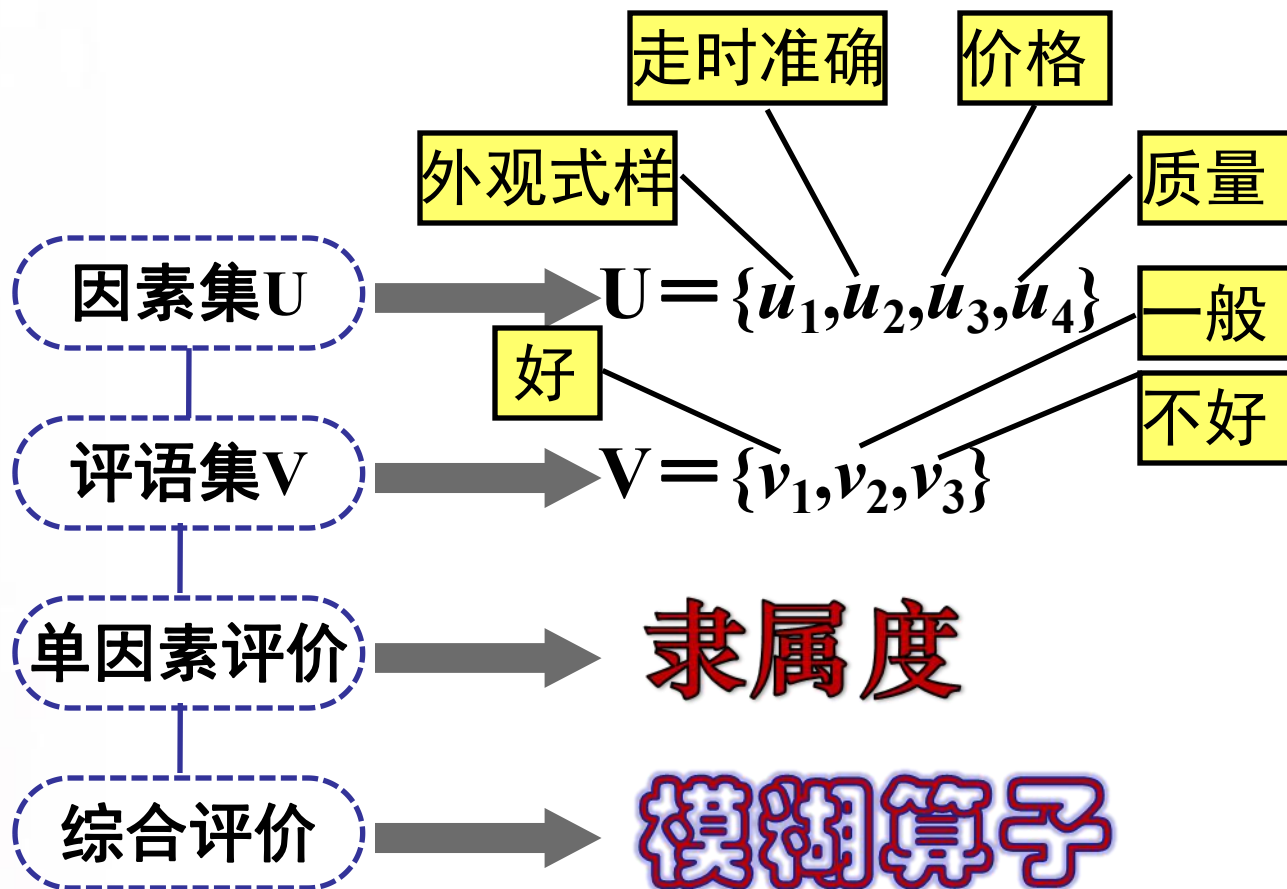
模糊
综合
评价法

•人们对于评价对象的评价往往从多种因素出发，而且评语只能用模糊语言来表达，然后通过模糊数学的方法进行运算，得到定量的、综合评价结果，所以称为模糊综合评价。

二、模糊综合评价法的数学模型

1) 三个要素: (U, V, R)

2) 四个步骤:



三、模糊综合评价法的一般步骤

(1)确定评价对象的因素集 U

(2)确定评价对象的评语集 V

(3)确定评价因素的模糊权向量 A

(4)单因素模糊评价，建立模糊评价矩阵 R

(5)多因素综合评价，合成模糊综合评价结果向量 B

(6)根据最大隶属度原则，得出模糊综合评价最终结果

三、模糊综合评价法的一般步骤

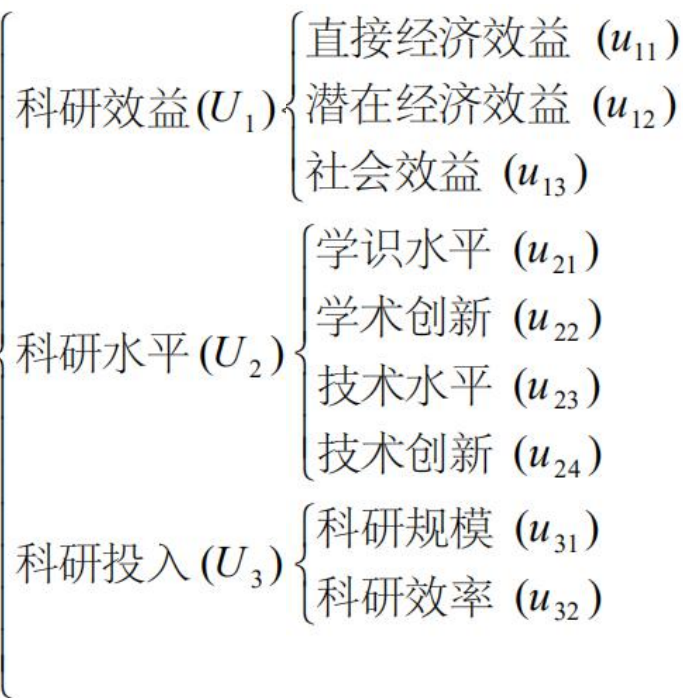
(1)确定评价对象的因素集U

$$U = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$$

• n ——评价因素（指标）的个数，表明我们对被评价对象从哪些方面来进行评价。

• 可设立**多级评价**指标体系。

科技成果综合评价 (A)



三、模糊综合评价法的一般步骤

(2)确定评价对象的评语集V

$$V = \{v_1, v_2, \dots, v_m\}$$

- v_i ——第*i*个评价结果；
- m ——评语等级数，一般划分为3—5个等级。

比如评价产品的竞争力可用 $V = \{\text{强、中、弱}\}$ ，评价地区的社会经济发展水平可用 $V = \{\text{高、较高、一般、较低、低}\}$ ，评价安全性可用 $V = \{\text{符合、基本符合、不符合}\}$ 等。

评价论文水平 $V = \{\text{优、良、中、差}\}$

三、模糊综合评价法的一般步骤

(3)确定评价因素的模糊权向量A

为了反映各因素的重要程度，对各因素 u 应分配给一个相应的权数 $a_i (i = 1, 2, \dots, n)$ ，表示第 i 个因素的权重，且要求 $a_i \geq 0; \sum a_i = 1$ ，于是各权重组成一个模糊集合 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ 就是模糊权向量。

确定权重的方法常见以下几种：

层次分析法

德尔菲法

加权平均法

专家估计法

三、模糊综合评价法的一般步骤

(4)单因素模糊评价，进而建立模糊评价矩阵R

单独从一个因素出发进行评价，以确定评价对象对评语集V的隶属程度，得到单因素评价矩阵（隶属度向量） $R_i = (r_{i1}, r_{i2}, \dots, r_{im})$ 。

从U到V的一个模糊关系

$$R = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1m} \\ r_{21} & r_{22} & \cdots & r_{2m} \\ \vdots & \vdots & r_{ij} & \vdots \\ r_{n1} & r_{n2} & \cdots & r_{nm} \end{pmatrix}$$

表示从第*i*个因素出发，作出第*j*种评语的可能程度。

三、模糊综合评价法的一般步骤

例题

假设评价科研成果，因素集 $U=\{\text{学术水平}, \text{社会效益}, \text{经济效益}\}$ ，评语集 $V=\{\text{很好}, \text{好}, \text{一般}, \text{差}\}$ 。

请该领域专家若干位，分别对此项成果每一个因素进行单因素评价，例如对学术水平，有50%的专家认为“很好”，30%的专家认为“好”，20%的专家认为“一般”，没有人认为“差”。由此得出学术水平的单因素评价结果为：

$$R_1 = (0.5, 0.3, 0.2, 0)$$

$$R_2 = (0.3, 0.4, 0.2, 0.1)$$

$$R_3 = (0.2, 0.2, 0.3, 0.2)$$

$$R = \begin{pmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.3 & 0.2 & 0 \\ 0.3 & 0.4 & 0.2 & 0.1 \\ 0.2 & 0.2 & 0.3 & 0.2 \end{pmatrix}$$

三、模糊综合评价法的一般步骤

(5)多因素综合评价，合成模糊综合评价结果向量B

选择适当的模糊综合评价模型（**模糊算子**），将模糊权向量A与模糊评价矩阵R合成，得到一个模糊综合评价结果向量B。

$$B=A \circ R = (a_1, a_2, \dots, a_n) \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1m} \\ r_{21} & r_{22} & \cdots & r_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{n1} & r_{n2} & \cdots & r_{nm} \end{pmatrix} = (b_1, b_2, \dots, b_m)$$



五种模糊综合评价模型（模糊算子）

(1) $M(\wedge, \vee)$ 算子 **先取小后取大**

$$b_j = \bigvee_{i=1}^n (a_i \wedge r_{ij}) = \max_{1 \leq i \leq n} \{ \min(a_i, r_{ij}) \} (j = 1, 2, \dots, m)$$

$$(0.3 \quad 0.3 \quad 0.4) \circ \begin{pmatrix} 0.5 & 0.3 & 0.2 & 0 \\ 0.3 & 0.4 & 0.2 & 0.1 \\ 0.2 & 0.2 & 0.3 & 0.2 \end{pmatrix} = (0.3 \quad 0.3 \quad 0.3 \quad 0.2)$$

(2) $M(\bullet, \vee)$ 算子 普通乘法与取大

$$b_j = \bigvee_{i=1}^n (a_i \cdot r_{ij}) = \max_{1 \leq i \leq n} \{a_i \cdot r_{ij}\}, \quad j = 1, 2, \dots, m$$

$$(0.3 \quad 0.3 \quad 0.4) \circ \begin{pmatrix} 0.5 & 0.3 & 0.2 & 0 \\ 0.3 & 0.4 & 0.2 & 0.1 \\ 0.2 & 0.2 & 0.3 & 0.2 \end{pmatrix} = (0.15 \quad 0.12 \quad 0.12 \quad 0.08)$$

(3) $M(\wedge, \oplus)$ 算子

取小与有界和

$$b_j = \min \left\{ 1, \sum_{i=1}^n \min(a_i, r_{ij}) \right\}, \quad j = 1, 2, \dots, m$$

$$(0.3 \quad 0.3 \quad 0.4) \circ \begin{pmatrix} 0.5 & 0.3 & 0.2 & 0 \\ 0.3 & 0.4 & 0.2 & 0.1 \\ 0.2 & 0.2 & 0.3 & 0.2 \end{pmatrix} = (0.8 \quad 0.8 \quad 0.7 \quad 0.3)$$

(4) $M(\bullet, \oplus)$ 算子 普通乘法与有界和

$$b_j = \min \left\{ 1, \sum_{i=1}^n (a_i \cdot r_{ij}) \right\} \quad j = 1, 2, \dots, m$$

$$(0.3 \quad 0.3 \quad 0.4) \circ \begin{pmatrix} 0.5 & 0.3 & 0.2 & 0 \\ 0.3 & 0.4 & 0.2 & 0.1 \\ 0.2 & 0.2 & 0.3 & 0.2 \end{pmatrix} = (0.32 \quad 0.29 \quad 0.27 \quad 0.11)$$

(5) $M(\bullet, +)$ 算子 普通乘法与普通加法

$$b_j = \sum_{i=1}^n (a_i \cdot r_{ij}) \quad j = 1, 2, \dots, m$$

$$(0.3 \quad 0.3 \quad 0.4) \circ \begin{pmatrix} 0.5 & 0.3 & 0.2 & 0 \\ 0.3 & 0.4 & 0.2 & 0.1 \\ 0.2 & 0.2 & 0.3 & 0.2 \end{pmatrix} = (0.32 \quad 0.29 \quad 0.27 \quad 0.11)$$



三、模糊综合评价法的一般步骤

(6)根据最大隶属度原则，得出模糊综合评价最终结果

❖最大隶属度原则

模糊综合评价结果向量为： $B=(b_1, b_2, \dots, b_m)$ ，

若 $b_r = \max_{1 \leq j \leq m} \{b_j\}$ ，则被评价对象总体上来讲隶属于第r等级。

注：处理模糊综合评价向量有四种方法

三、模糊综合评价法的一般步骤

总 结：

- ① 首先，确定被评价对象的因素集（指标集） U ，和评语集（评判集） V ；
- ② 然后分别确定各个因素的权重，得到模糊权向量 A ；
- ③ 再次，进行单因素模糊评价，确定各因素的隶属度向量，进而获得模糊评价矩阵 R ；
- ④ 最后，把模糊权向量 A 与模糊评价矩阵 R 进行模糊合成并进行归一化，得到模糊综合评价结果向量 B 。

第三节

模糊综合评价法 应用举例

第三节 模糊综合评价法应用举例

例1：吴老师讲课质量的模糊综合评价

例2：科技成果的综合评定

例3：学生毕业设计成绩的综合评定

例4：二级模糊综合评价举例



例1：吴老师讲课质量的模糊综合评价

(1) 建立评价对象的指标集(因素集)U

$U = \{\text{清楚易懂, 教材熟练, 生动有趣, 板书整洁}\}$

(2) 建立评价对象的评语集V $V = \{\text{很好, 较好, 一般, 不好}\}$

(3) 确定评价指标的模糊权向量 $A = (0.5, 0.2, 0.2, 0.1)$

(4) 单因素模糊评价, 建立模糊综合评价矩阵R (隶属度由专家给出)

	很好	较好	一般	不好	
$R =$	0.4	0.5	0.1	0	清楚易懂
	0.6	0.3	0.1	0	教材熟练
	0.1	0.2	0.6	0.1	生动有趣
	0.1	0.2	0.5	0.2	板书整洁

例1：吴老师讲课质量的模糊综合评价

(5) 多因素综合评价，合成模糊综合评价结果向量B

$$B = A \circ R$$

$$= (0.5, 0.2, 0.2, 0.1) \circ \begin{bmatrix} 0.4 & 0.5 & 0.1 & 0 \\ 0.6 & 0.3 & 0.1 & 0 \\ 0.1 & 0.2 & 0.6 & 0.1 \\ 0.1 & 0.2 & 0.5 & 0.2 \end{bmatrix}$$

$$= [(0.5 \wedge 0.4) \vee (0.2 \wedge 0.6) \vee (0.2 \wedge 0.1) \vee (0.1 \wedge 0.1),$$

$$(0.5 \wedge 0.5) \vee (0.2 \wedge 0.3) \vee (0.2 \wedge 0.2) \vee (0.1 \wedge 0.2),$$

$$(0.5 \wedge 0.1) \vee (0.2 \wedge 0.1) \vee (0.2 \wedge 0.6) \vee (0.1 \wedge 0.5),$$

$$(0.5 \wedge 0) \vee (0.2 \wedge 0) \vee (0.2 \wedge 0.1) \vee (0.1 \wedge 0.2)]$$

$$= (0.4, 0.5, 0.2, 0.1)$$

例1：吴老师讲课质量的模糊综合评价

对B进行归一化，得：

$$B = (0.33, 0.42, 0.17, 0.08)$$

(6) 根据最大隶属度原则，得出模糊综合评价最终结果

- 在四个等级的隶属度中，最大值0.42所对应的评价结果等级为“较好”。
- 因此，根据最大隶属度原则，吴老师讲课质量评价结果为“较好”。

例2：科技成果的综合评定

- (1) 评价对象： $X = \{\text{甲、乙、丙}\}$
- (2) 评价指标集： $U = \{\text{技术水平, 成功概率, 经济效益}\}$
- (3) 评语集： $V = \{\text{高, 中, 低}\}$
- (4) 评价指标权重： $A = (0.2, 0.3, 0.5)$

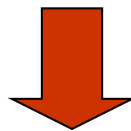
三个科研成果的有关情况表

因素 \ 项目	技术水平	成功概率	经济效益
甲	接近国际先进	70%	>100万元
乙	国内先进	100%	>200万元
丙	一般	100%	>20万元

例2：科技成果的综合评定

(5) 确定隶属度，进而构造评价矩阵

项目 \ 指标	科技水平			成功概率			经济效益		
	高	中	低	高	中	低	高	中	低
甲	0.7	0.2	0.1	0.1	0.2	0.7	0.3	0.6	0.1
乙	0.3	0.6	0.1	1	0	0	0.7	0.3	0
丙	0.1	0.4	0.5	1	0	0	0.1	0.3	0.6



$$R_{\text{甲}} = \begin{pmatrix} 0.7 & 0.2 & 0.1 \\ 0.1 & 0.2 & 0.7 \\ 0.3 & 0.6 & 0.1 \end{pmatrix} \quad R_{\text{乙}} = \begin{pmatrix} 0.3 & 0.6 & 0.1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0.7 & 0.3 & 0 \end{pmatrix} \quad R_{\text{丙}} = \begin{pmatrix} 0.1 & 0.4 & 0.5 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0.1 & 0.3 & 0.6 \end{pmatrix}$$

例2：科技成果的综合评定

(6) 综合评价

$$B_{\text{甲}} = AR_{\text{甲}} = (0.2, 0.3, 0.5) \circ \begin{bmatrix} 0.7 & 0.2 & 0.1 \\ 0.1 & 0.2 & 0.7 \\ 0.3 & 0.6 & 0.1 \end{bmatrix}$$
$$= (0.3, 0.5, 0.3)$$

$$B_{\text{乙}} = AR_{\text{乙}} = (0.5, 0.3, 0.1)$$

$$B_{\text{丙}} = AR_{\text{丙}} = (0.3, 0.3, 0.5)$$

例2：科技成果的综合评定

(6) 综合评价

归一化后得：

$$B_{\text{甲}} = (0.27, 0.46, 0.27)$$

中

$$B_{\text{乙}} = (0.56, 0.33, 0.11)$$

高

$$B_{\text{丙}} = (0.27, 0.27, 0.46)$$

低

最终排名：乙，甲，丙

例3：学生毕业设计成绩的综合评定

学生姓名：

班级：

专业：

指导教师：

评价项目（权重）	评价结果 (票数/隶属度)		评价等级			
	优 (100)	良 (85)	中 (70)	差 (55)		
1.调查论证（0.10） 独立查阅文献调研，正确翻译外文资料，提出并较好论证课题方案，收集整理信息获取知识能力	9 0.36	14 0.56	2 0.08	0 0.00		
2.方案设计与技能（0.10） 正确提出设计和实验方案，独立设计或独立进行设备安装、调试和操作	3 0.12	14 0.56	7 0.28	1 0.04		
3.分析和解决问题能力（0.15） 运用所学知识和技能发现与解决实际问题，正确处理实验数据，对课题进行论证分析得出结论	5 0.20	15 0.60	5 0.20	0 0.00		
4.纪律、工作态度和工作量（0.10） 按期完成规定任务，工作量饱满，难度大，工作努力，遵守纪律，工作作风严谨扎实	1 0.04	10 0.40	11 0.44	3 0.12		

例3：学生毕业设计成绩的综合评定

5.论文质量 (0.10) 综述简练完整，有见解，理论正确，论述充分，结构严谨，分析问题科学，文字通顺，用语规范		2 0.08	11 0.44	12 0.48	0 0.00
6.有无创新 (0.10) 工作有无创新意识，对前人有改进和突破或有独到见解		5 0.20	14 0.56	6 0.24	0 0.00
7.讲解内容 (0.10) 思路清晰，语言表达准确流畅，概念清楚，论点正确，分析归纳合理		4 0.16	6 0.24	13 0.52	2 0.08
8.仪容仪表及其它 (0.10) 仪容整洁端庄，衣着得体大方，尊重师长谦虚有礼，有较好的风度气质		3 0.12	8 0.32	12 0.48	2 0.08
9.回答问题 (0.15) 回答问题有理有据，基本概念清楚，主要问题回答准确，逻辑性强，态度谦虚得体		5 0.20	12 0.48	6 0.24	2 0.08
综合评价结果	综合隶属度	0.168	0.470	0.318	0.044
	综合得分	81.43			

例4：二级模糊综合评价举例

三峡库区生态农业综合评价研究

——对重庆市丰都县包鸾农业综合开发区
生态农业的综合评价

- (1) 建立评价指标体系（见下图）
- (2) 评语集 $V=\{\text{很差, 较差, 一般, 较好, 很好}\}$
- (3) 确定评价指标权重（利用层次分析法确定）
- (4) 建立隶属函数，得出评价矩阵
- (5) 综合评价



生态农业系统综合评价指标体系 A

经济效益 B_1

人均纯收入 C_1
土地生产力 C_2
劳动生产率 C_3
经济产投比 C_4
农产品贡献率 C_5

生态效益 B_2

林草覆盖率 C_6
系统能量产投比 C_7
土壤有机质含量 C_8
光能利用率 C_9
水土流失面积 C_{10}
农村生活废物利用率 C_{11}
土地利用效率 C_{12}
水资源潜力 C_{13}
环境满意程度 C_{14}

社会效益 B_3

农副产品商品率 C_{15}
人均粮食占有量 C_{16}
全民文化程度 C_{17}
人口增长率 C_{18}
发病率 C_{19}
劳动力转移指数 C_{20}



(3) 确定评价指标权重（利用层次分析法确定）

① 构造一级判断矩阵，进行一致性检验

从目前三峡库区的实际情况来看，生态农业的综合效益应重点强调经济效益，提高库区农民的生活水平，同时兼顾生态效益和社会效益，据此构造出两两比较的一级判断矩阵如下：

综合效益 A	经济效益 B_1	生态效益 B_2	社会效益 B_3	权重 W_j
B_1	1	2	3	0.5390
B_2	1/2	1	2	0.2972
B_3	1/3	1/2	1	0.1638

一级判断矩阵一致性检验结果为： $\lambda_{\max}=3.0092$ ， $CI=0.0046$ ， $RI=0.58$ ， $CR=0.0079 < 0.1$ ，此判断矩阵的一致性可以接受。

(3) 确定评价指标权重（利用层次分析法确定）

② 构造二级判断矩阵，进行一致性检验

根据构造一级判断矩阵的方法，建立二级判断矩阵，求出C层每项指标对B层的权重值，并进行一致性检验。

表2 C层指标对B₁的权重值

经济 效益B ₁	人均收 入C ₁	土地生 产率C ₂	劳动生 产率C ₃	经济产 投比C ₄	农产品贡 献率C ₅	权重 W _{j1}
C ₁	1	2	3	5	7	0.4245
C ₂	1/2	1	2	4	6	0.2728
C ₃	1/3	1/2	1	3	5	0.1772
C ₄	1/5	1/4	1/3	1	3	0.0836
C ₅	1/7	1/6	1/5	1/3	1	0.0419

$$\lambda_{\max}=5.1357, CI=0.0339, RI=1.12, CR=0.0303<0.1$$

(3) 确定评价指标权重（利用层次分析法确定）

表3 指标层C对目标层A的组合权重

指标 Index	权重 Weight	指标 Index	权重 Weight	指标 Index	权重 Weight	指标 Index	权重 Weight
C_1	0.2288	C_6	0.0856	C_{11}	0.0241	C_{16}	0.0362
C_2	0.1466	C_7	0.0584	C_{12}	0.0107	C_{17}	0.0233
C_3	0.0955	C_8	0.0379	C_{13}	0.0107	C_{18}	0.0143
C_4	0.0451	C_9	0.0390	C_{14}	0.0074	C_{19}	0.0143
C_5	0.0226	C_{10}	0.0241	C_{15}	0.0718	C_{20}	0.0065

$CR=0.0243 < 0.1$ ，表明C层对于目标层A的层次总排序具有满意的一致性，可用于生态农业系统的综合评价。



例4：二级模糊综合评价举例

(4) 建立隶属函数，得出评价矩阵

通过对三峡库区生态农业系统的调查，确定各项指标的最差值 a_i 和最优值 b_i ，作为生态系农业统评价的客观标准，并建立模糊隶属函数模型 I、II、III：

$$\text{I } R(i) = \begin{cases} 0 & 0 \leq x_i \leq a_i \\ \frac{x_i - a_i}{b_i - a_i} & a_i \leq x_i \leq b_i \\ 1 & x_i \geq b_i \end{cases} \quad \text{III } R(i) = \begin{cases} \frac{2(x_i - a_i)}{b_i - a_i} & a_i \leq x_i \leq \frac{b_i - a_i}{2} \\ \frac{2(b_i - x_i)}{b_i - a_i} & \frac{b_i - a_i}{2} \leq x_i \leq b_i \\ 0 & x_i \leq a_i, x_i \geq b_i \end{cases}$$

$$\text{II } R(i) = \begin{cases} 1 & 0 \leq x_i \leq b_i \\ \frac{a_i - x_i}{a_i - b_i} & b_i \leq x_i \leq a_i \\ 0 & x_i \geq a_i \end{cases}$$

式中： x_i 为各项指标的实际计算值， $R(i)$ 为各项指标的模糊评价向量。

例4：二级模糊综合评价举例

(4) 建立隶属函数，得出评价矩阵

根据各指标的性质求出所有指标的评价向量，得出评价矩阵 $R = R_{ji}$ 。

利用权重矩阵 W_{ji} 和评价矩阵 R ，分别求出生态农业系统中经济、社会和生态效益的评价矩阵 R_j 。



例4：二级模糊综合评价举例

(5) 综合评价

通过权重矩阵 W_j 和评价矩阵 R_j 求出整个生态农业系统的综合评价价值 B 。

为了评价生态农业系统的水平，将评价价值划分为若干等级。研究认为应将生态系农业统综合评价价值分为 5 个等级：

- 评价价值小于 0.5000 时，生态农业系统综合效益很差；
- 0.5000—0.6000 之间，综合效益较差；
- 0.6000—0.7000 之间，综合效益一般；
- 0.7000—0.8000 之间，综合效益较好；
- 大于 0.8000 时，综合效益很好。



集合的基本概念

①论域：被讨论对象的全体叫做论域，或称全域、全集，通常用大写字母 U 、 E 、 X 、 Y 等来表示。

②元素：组成某一集合的单个对象称为该集合的一个元素，通常用小写字母 u 、 x 、 y 等来表示。

③根据集合论的要求，一个对象对应于一个集合，要么属于，要么不属于，二者必居其一，且仅居其一。



模糊综合评价

- 最后通过对模糊评判向量S的分析作出综合结论。一般可以采用以下三种方法：
- (1) 最大隶属原则
- (2) 加权平均原则

$$M = \max(S_1, S_2, \dots, S_n)$$

$$u^* = \frac{\sum_{i=1}^n \mu(v_i) \cdot S_i^k}{\sum_{i=1}^n S_i^k}$$

$$S = (0.3, 0.3, 0.3, 0.2)$$

评价等级集合为={很好, 好, 一般, 差}, 各等级赋值分别为{4, 3, 2, 1}

$$\frac{4 \times 0.3 + 3 \times 0.3 + 2 \times 0.3 + 1 \times 0.2}{0.3 + 0.3 + 0.3 + 0.2} = 2.64$$

(3) 模糊向量单值化

$$c = \frac{\sum_{i=1}^n C_i \cdot S_i^k}{\sum_{i=1}^n S_i^k}$$