

2019 年全国大学生数学建模竞赛

广东省一等奖

参赛作品：“薄利多销”模型分析（2019E）



“薄利多销”模型分析

摘要

“薄利多销”是获得很多盈利的一种扩大销售的策略，本文对某商场的营业额、销售额、成本和利润等问题进行了研究，通过数据处理和建立模型，分析“薄利多销”现象。

问题一，我们首先对异常数据进行处理，由于非打折商品的成本价缺失，我们根据零售商的利润率在 20%—40% 之间去计算缺失的成本数据。然后建立每天的营业额模型和总利润率模型，根据流程图运用 Excel 求解，发现 2018 年 11 月 11 日的营业额最高，通过深入研究发现，营业额高的当天都是促销活动大的，说明加大促销活动的力度会导致销售的增加。最高的利润率是 81.92%，最低是 -27.64%，但是 2017 年 2 月 1 日利润率 ($r=20\%$ 和 $r=40\%$) 都是负值，当 $r=20\%$ 时，2017 年 1 月 4 日、2 月 1 日、3 月 28 日及 2016 年 12 月 3 日这四天的利润率是负的，当 $r=40\%$ 时，只有 2017 年 2 月 1 日的利润率是负的，说明营业额低于成本，出现亏本现象。因此，在应用“薄利多销”的策略时，要制定合理的商品促销价格。

问题二，促销降价的幅度决定着打折力度，因此，我们建立衡量打折力度的指标 D ， D 就是当天折扣总额与该天销售商品的门店总额之比。我们设计了计算每天打折力度的流程图，利用 Excel 求解。结果显示打折力度大都介于 10%—20% 之间，其中，2018 年 7 月 21 日的打折力度最大，达到 36.11%。2017 年 1 月 31 日打折力度最低是 5.6%。

问题三，我们首先应用 Excel 的相关性去分析打折力度与销售额及打折力度与利润率的关系。其中，打折力度与销售额是弱正相关的，因此我们建立两者的对数模型，应用 SPSS 进行拟合，拟合效果较好；打折力度与利润率是负不相关的，我们建立了一元二次函数模型 ($r=20\%$) 和一元三次函数模型 ($r=40\%$)，应用 SPSS 做显著性分析。

问题四，根据附件 4 的商品信息表对附件 1、2 的商品分为 30 个大类，其中，我们发现手机类下的商品名称不相符，我们将其改为糖果套装。使用 Excel 计算各类商品的打折力度、销售额和利润率，计算结果发现“节庆用品”、“节日用品”、“糖果套装”和“鲜花礼品”的打折力度为 0，符合市场经营现象。类似问题三，利用 Excel 和 SPSS 进行计算，打折力度与销售额也是弱正相关的，建立对数模型，其变化趋势与按天的基本类似，不同的是按天算的打折力度在 23% 附近趋于平稳，分类的打折力度在 10% 附近趋于平稳；打折力度与利润率是高度负相关的，说明打折力度随着利润率的增加而下降，并建立线性、对数、二次和三次回归模型，这几个模型都是显著的，拟合效果很好。

本文最大的亮点是数据处理详细，对异常数据处理合理，计算准确，建立的模型显著、误差较小。

关键字：利润率，打折力度，回归模型，营业额，相关分析，数据拟合

一、问题重述

商家通过降低单位商品的利润，增加销售数量，从而获得更多盈利的一种策略称为“薄利多销”。在实际经营管理中，“薄利多销”原则被广泛应用。

附件 1 和附件 2 给出了销售流水记录，附件 3 是折扣信息表，附件 4 是商品信息表，附件 5 是数据说明表。根据这批数据，建立数学模型解决下列问题：

1. 计算该商场从 2016 年 11 月 30 日到 2019 年 1 月 2 日每天的营业额和利润率(注意：由于未知原因，数据中非打折商品的成本价缺失。一般情况下，零售商的利润率在 20%-40%之间)。
2. 建立适当的指标衡量商场每天的打折力度，并计算该商场从 2016 年 11 月 30 日到 2019 年 1 月 2 日每天的打折力度。
3. 分析打折力度与商品销售额以及利润率的关系。
4. 如果进一步考虑商品的大类区分，打折力度与商品销售额以及利润率的关系有何变化？

二、问题分析

本文重要研究某商场从 2016 年 11 月 30 日到 2019 年 1 月 2 日每天的营业额、销售额、成本和利润等问题，商场的促销活动必然会出现销售量的增加，那么通过数据处理，分析其是否属于“薄利多销”现象。

针对问题一，由于附件 1、2 所提供的数据中，存在数据缺失和错误等异常现象。所以我们要对异常数据进行处理。通过所学知识，我们建立了每天的营业额和利润率模型，但是数据量非常庞大，我们在计算数据的处理上应设计一个自动判断和计算的操作步骤。

针对问题二，由附件 3 的折扣信息表，对比附件 1、附件 2 的销售流水记录是一致的。每天销售的商品中，有些商品是有促销的，有些商品是没有的，而折扣力度是体现降价打折的幅度，与每天降价促销的折扣总额和这些商品对应的总门店价有关，可通过计算两者的比值来衡量每天的打折力度。

针对问题三，根据问题一计算的结果和问题二计算的打折力度，我们分别绘制打折力度与商品销售额、打折力度与利润率的散点图，利用相关性分析它们两者之间的相关程度。通过数据拟合构造打折力度与商品销售额、利润率的函数模型。

针对问题四，基于附件 4 的商品分类对附件 1 和附件 2 的所有商品先进行分类。然后根据问题一和问题二的方法计算各类商品的打折力度、销售额和利润率，最后根据问题三的方法分析打折力度与商品销售额以及利润率的关系及其变化规律。

三、模型假设与符号说明

3.1 模型假设

- (1) 本文假设订单状态是 0 时，表示交易未完成，其营业额为 0；

- (2) 附件 1 和附件 2 的销售量是负数时，按正数处理。
 (3) 问题四中，假设手机分类是笔误，将其更改为糖果套装。

3.2 符号说明

符号	符号说明
p_i	第 i 个商品的销售价格
Y_j	第 j 天的营业额, $j=1\cdots 764$
x_i	第 i 个商品销售完成情况, 1 表示完成, 0 表示未完成
n_i	第 i 个商品的销售数量
o_i	第 i 个商品的门店价
c_i	第 i 个商品的成本
r	非打折商品零售商的利润率, $r \in [20\%, 40\%]$
R_j	第 j 天的利润率, $j=1\cdots 764$
D_j	第 j 天的打折力度, $j=1\cdots 764$
S	相关系数
\hat{Y}_k	第 k 类商品的营业额, $k=1\cdots 30$
\hat{R}_k	第 k 类商品的利润率, $k=1\cdots 30$

四、数据处理

在处理数据时，发现附件中给出的数据存在异常。因此，在建立模型前先对这些异常数据进行处理。

1. 异常数据的修正

附件 1 中，商品销售数量出现 197 个负值，附件 2 中，商品销售数量出现 165 个负值。一共 362 个异常值，部分数据如表 1 所示。

表 1 附件 1、2 中的异常值

日期	商品名称	商品销售数量
2017/7/24	伊利 尚补坊风味发酵乳 复原乳 100g×8 杯	-1
2017/8/6	百事可乐 碳酸饮料 可乐型汽水 1L	-3
2017/10/15	卫龙 WEILONG 大面筋 106g	-5
...

对于这类异常值我们的处理方法是：通过对附件 1、2 对应的商品数据进行考核发现，其订单状态都是完成的，所以我们把这类数据认为是输入错误，把负值变为整数处理，数值不变。

2. 附件数据异常说明

将附件 3 的数据与附件 1 和附件 2 的数据进行对比发现，附件 3 的促销价及商品标价与附件 1、2 的不一致，本文以附件 1、2 的数据为准。

附件 1、2 中 2018 年 12 月 24 日的营业额所有数据都为 0，所以按天计算时忽略该天的所有数据。

3. 商品信息异常处理

附件四中的商品“徐福记 新年糖缤纷什锦装 318g”的一级类目名称是手机，这个类目是不相符的，因此我们将这个类目名称改为“糖果套装”。共有七条商品信息，如表 2 所示。

表 2 商品信息异常处理表

日期	商品名称	完成状态	原类目	更改后的类目
2017/1/26	徐福记 新年糖缤纷什锦装 318g	1	手机	糖果套装
2017/1/24	徐福记 新年糖缤纷什锦装 318g	1	手机	糖果套装
2017/1/16	徐福记 新年糖缤纷什锦装 318g	1	手机	糖果套装
2017/1/3	徐福记 新年糖缤纷什锦装 318g	1	手机	糖果套装
2017/1/25	徐福记 新年糖缤纷什锦装 318g	1	手机	糖果套装
2017/1/15	徐福记 新年糖缤纷什锦装 318g	1	手机	糖果套装
2017/1/22	徐福记 新年糖缤纷什锦装 318g	1	手机	糖果套装

五、模型的建立与求解

5.1 营业额和利润率模型

5.1.1 营业额模型建立与求解

根据附件 1、2 的数据，每天总营业额等于该天所有商品的销售价与销售数量的乘积，并且商品的销售额与该订单状态有关，所以我们建立每天营业额模型：

$$Y_j = \sum_{i=1} p_i \cdot n_i \cdot x_i$$

其中 x_i 为 0-1 变量，即 $x_i = 0$ 时销售额为 0。

在计算每天的营业额时，由于附件 1、2 数据比较庞大，我们采用 Excel^[1] 软件计算数据。首先利用 SUMIF 对查找相同日期的商品，然后再利用 SUMPRODUCT 命令对查找到的商品对应的营业额与销售数量和完成状态作乘积运算。流程图如图 1 所示。

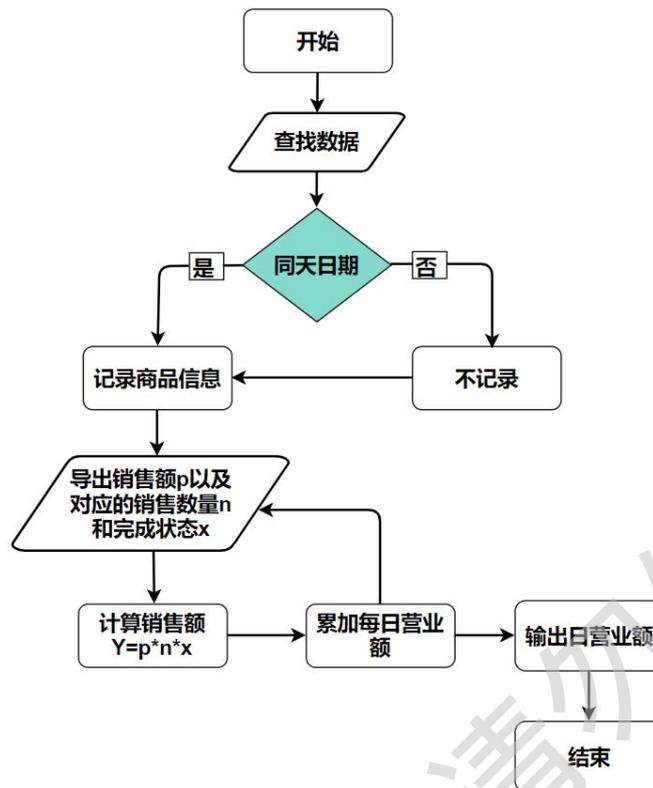


图 1 每天营业额的计算流程图

根据图 1 流程图的步骤，我们利用 Excel 分别计算附件 1 和附件 2 每天的营业额。其中，附件 1 有 441 天，附件 2 有 764 天，我们发现附件 1 和附件 2 有部分日期是相同的，因此我们将附件 1 和附件 2 的数据合并，即相同的日期营业额进行相加，得到每天的总营业额，因为 2018 年 12 月 24 日没有数据，所以一共有 763 天的营业额，部分数据如表 3 所示（完整数据见支撑材料中的附录 1）。

表 3 2016 年 11 月 30 日到 2019 年 1 月 2 日每天的营业额统计表

日期	日销售额	日期	日销售额
2016/11/30	2833.7	2016/12/7	5312.88
2016/12/1	2346.2	2016/12/8	3069.86
2016/12/2	2338.3	2016/12/9	2466.9
2016/12/3	3270.4	2016/12/10	2876.74
2016/12/4	3881.68	2016/12/11	16415.22
2016/12/5	1201.6	2016/12/12	37236.08
2016/12/6	930.7	2016/12/13	16547

为便于对比，我们并将 763 天的天营业额绘制折线图，如图 2 所示。

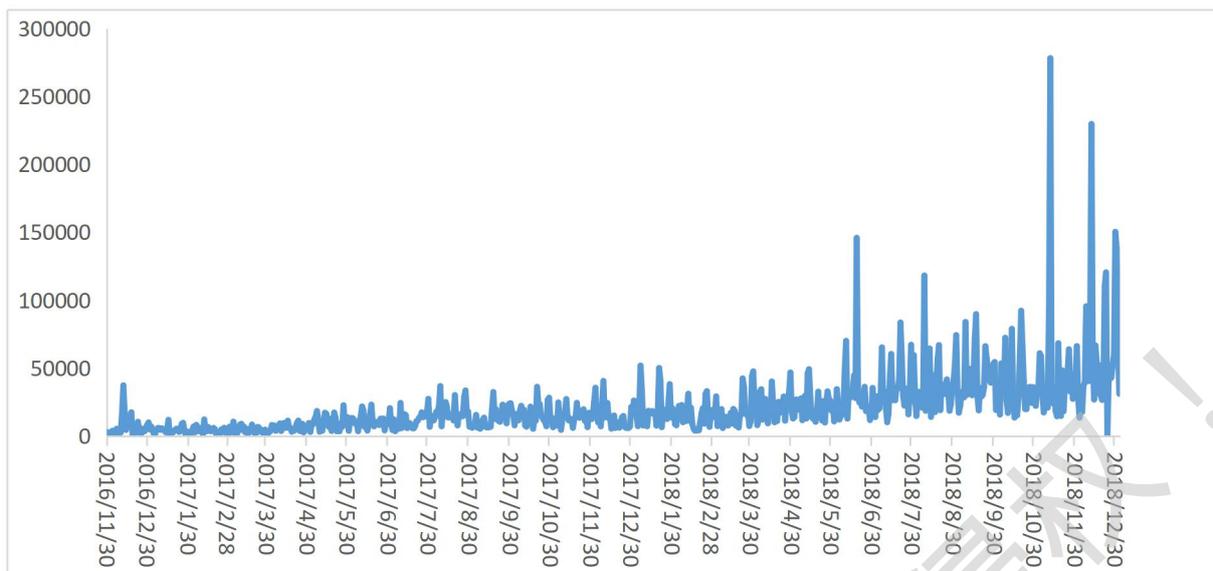


图 2 2016 年 11 月 30 日到 2019 年 1 月 2 日每天的营业额统计图

由表 3 和图 2 可以看出每天的总营业额是有差异的，上下波动没有规律。其中 2018 年 12 月 24 日营业额为 0，这是由于附件 1、2 均没有该天营业额的记录。2018 年 11 月 11 日的营业额是最高的，达到 278059.18 元，同样的，我们看出 2018 年 12 月 12 日的营业额排第二，达到 229656.55 元，2018 年 6 月 18 日的营业额排第三，达到 145831.86 元。通过对比发现，2018 年 11 月 11 日与 2017 年 11 月 11 日促销商品的数量差别很大，如表 4 所示。

表 4 2017 年和 2018 年 11 月 11 日、12 月 12 日和 6 月 18 日促销商品统计表

日期	促销商品的数量	对应的销售量	总营业额
2018/11/11	4276	5441	278059.18
2017/11/11	1503	1861	27130.95
2018/12/2	4251	6030	229656.55
2017/12/12	1773	2612	24231.38
2018/6/18	3643	4485	145831.86
2017/6/18	848	1203	10496.59

由表 4 看出 2018 年 11 月 11 日促销商品的数量是 2017 年 11 月 11 日的两倍多，但是总营业额却相差约十倍。同样地，2018 年 12 月 12 日和 6 月 18 日与 2017 年同一天相比也存在这样的现象，这是因为加大促销活动的力度必然导致销售的增加。商场这是应用了“薄利多销”的策略。同样的，我们发现 2018 年的双十二促销活动力度也比 2017 年的双十二大，2018 年的六一八促销活动力度也比 2017 年大，且总营业额都是相差约十倍甚至超过十倍。

通过上面的数据对比，我们可以得出商家通过此策略获得的收入是比没有使用此策略的收入成倍翻涨的。

5.1.2 利润率模型建立与求解

附件 1、2 中，由于未知原因，数据中非打折商品的成本价缺失，我们根据零售商的利润率为 20%-40%，计算非打折商品的成本价。也就是说，如果商品为单品直降价格，则成本价就是单品直降价，如果商品为非打折商品，则第 i 个商品的成本价为：

$$c_i = o_i \times (1 - r)$$

其中， r 表示非打折商品的利润率，取值为 20%-40%。我们分别取 20%和 40%两个值来计算成本价，则成本价是一个范围，介于这两个数值之间。

我们先对附件 1 和附件 2 的商品进行筛选，成本价为 0 的是非打折商品，然后根据成本价公式利用 Excel 分别计算出附件 1 和附件 2 非打折商品的成本价范围，一共得到 763 天的成本价，部分数据如表 5 所示（完整数据见支撑材料中的附录 2）。

表 5 2016 年 11 月 30 日到 2019 年 1 月 2 日每天的成本价统计表

日期	r=20%时的成本价	日期	r=40%的成本价
2016/11/30	2435.28	2016/11/30	2211.86
2016/12/1	2091.74	2016/12/1	1781.38
2016/12/2	2046.86	2016/12/2	1770.52
2016/12/3	3390.84	2016/12/3	2898.58
2016/12/4	3266.164	2016/12/4	2815.748
2016/12/5	854.98	2016/12/5	698.86

由表 5 可以看出，当 $r=40\%$ 时成本价低于 $r=20\%$ 的成本价。显然，符合成本低利润高的原则。

利润率与利润相关，利润等于销售额减去成本，根据前面的计算结果，我们建立每天的利润率模型如下：

$$R_j = \frac{\sum_{i=1}^n (p_i - c_i) \cdot n_i \cdot x_i}{\sum_{i=1}^n c_i \cdot n_i \cdot x_i} \times 100\%$$

我们先将每天的总营业额和每天的总成本数据合并成一个表格，根据每天的总利润率模型利用 Excel 进行计算。一共有 763 天的总利润率，部分数据如表 6 所示（完整数据见支撑材料中的附录 2）。

表 6 2016 年 11 月 30 日到 2019 年 1 月 2 日每天的总利润率统计表

时间	r=20%的利润率	r=40%的利润率
2016/11/30	14.06%	21.94%
2016/12/1	10.85%	24.07%
2016/12/2	12.46%	24.28%
2016/12/3	-3.68%	11.37%
2016/12/4	15.86%	27.46%
2016/12/5	28.85%	41.84%
2016/12/6	9.54%	25.67%

为便于对比，我们并将 763 天的天利润率绘制折线图，如图 3 所示。

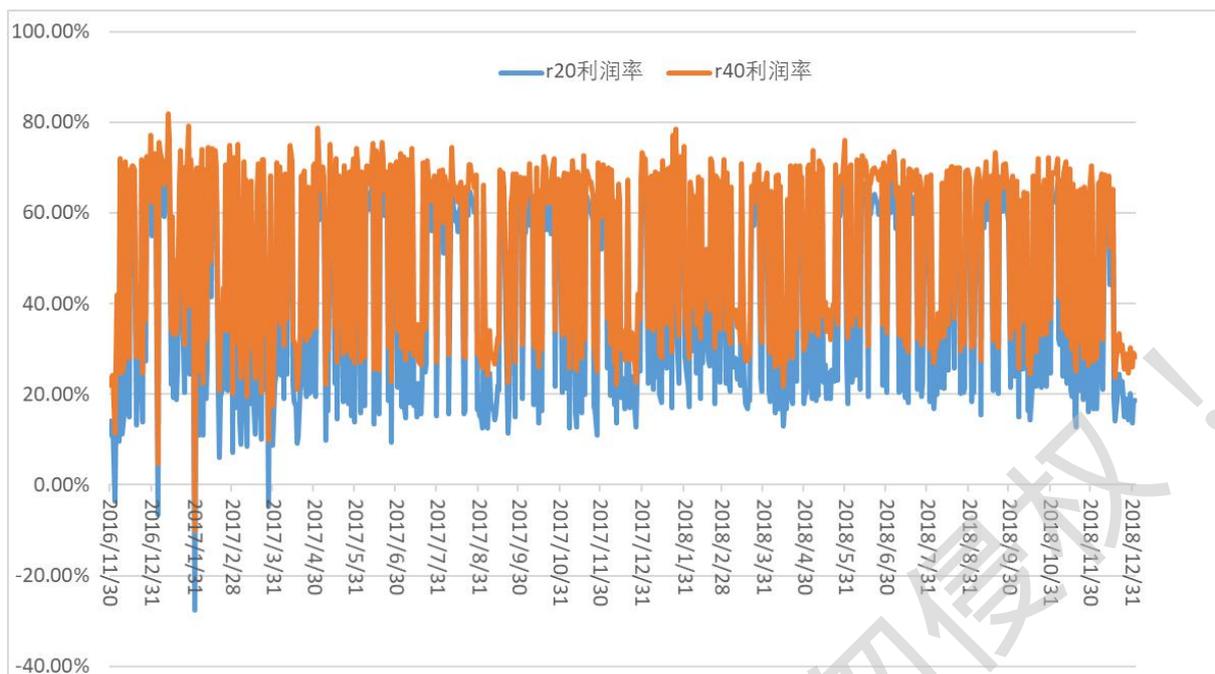


图3 2016年11月30日到2019年1月2日每天的总利润率统计图

由表6和图3我们看出利用 $r=20\%$ 和 $r=40\%$ 计算的利润率变化是不一致的。但是他们的最高和最低利润率分别在同一天。其中，当 $r=40\%$ 时，利润率 R 在2017年1月12日是最高， $R=81.92\%$ ，在2017年2月1日是最低， $R=-10.00\%$ ；当 $r=20\%$ 时，利润率 R 在2017年1月12日是最高， $R=77.41\%$ ，在2017年2月1日是最低， $R=-27.64\%$ 。

由于成本高利润率就低，通过检查结果发现，当 $r=40\%$ 时，利润率为负值的共有1个，当 $r=20\%$ 时，利润率为负值的共有4个。如表7所示。

表7 利润率为负值的数据表

日期	$r=20\%$ 的利润率	$r=40\%$ 的利润率
2017/2/1	-27.64%	-10.00%
2017/1/4	-6.48%	4.74%
2017/3/28	-4.71%	9.85%
2016/12/3	-3.68%	11.37%

表7中，非打折商品的利润率在20%-40%之间，2017年2月1日利润率都是负值，说明这一天的营业额低于成本，出现亏本现象。当 $r=20\%$ 时，2017年1月4日和3月28日及2016年12月3日这三天也出现亏本现象，而 $r=40\%$ 则是盈利的。

5.2 打折力度模型

打折力度与降价促销有关，若所有商品均不打折做促销，则打折力度就是零，若商品降价幅度越大，打折力度就会越大。因此，商场的打折力度指标是由降价额度及原销售价决定的。根据以上分析，我们建立了一个可衡量每天打折力度的指标 D ，其模型为

$$D_j = \frac{\sum_{i=1} (o_i - p_i) \cdot n_i \cdot x_i}{\sum_{i=1} o_i \cdot n_i \cdot x_i} \cdot 100\%$$

其中*i*为每天销售商品的序号。

类似问题一，我们采用 Excel 软件计算打折力度。先利用问题一的方法分别对附件 1 和附件 2 计算每天的降价总额度及每天的门店价总额，将附件 1 和附件 2 相同日期的数据合并，然后再按打折力度指标 D 的公式计算。部分数据如表 8 所示（完整数据见支撑材料中的附录 3）。计算流程图如图 4 所示。

表 8 2016 年 11 月 30 日到 2019 年 1 月 2 日每天的打折力度统计表

日期	打折力度	日期	打折力度
2016/11/30	22.54%	2016/12/7	17.89%
2016/12/1	17.85%	2016/12/8	23.37%
2016/12/2	18.03%	2016/12/9	19.37%
2016/12/3	17.72%	2016/12/10	19.07%
2016/12/4	15.65%	2016/12/11	16.36%
2016/12/5	12.80%	2016/12/12	19.78%
2016/12/6	20.55%	2016/12/13	18.23%

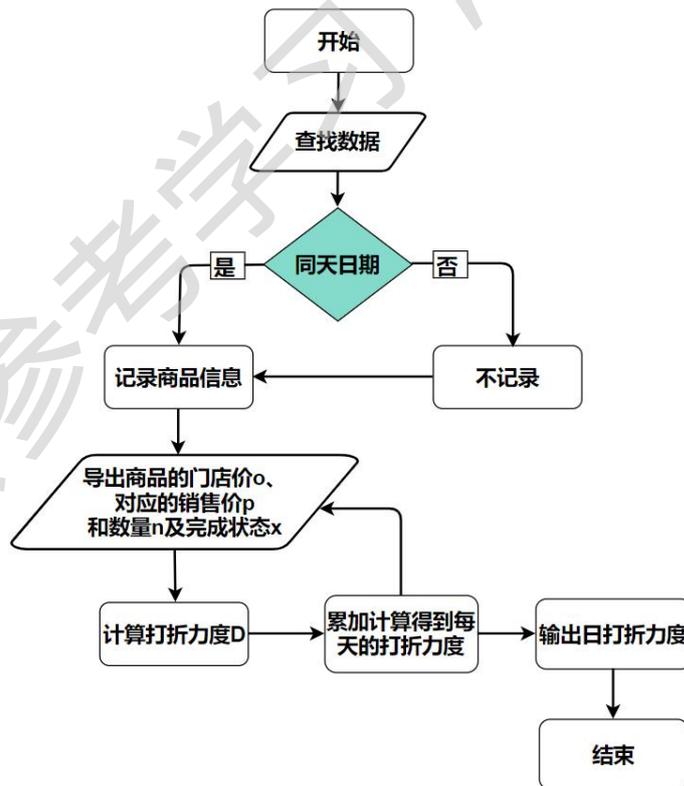


图 4 每天打折力度计算流程图

为便于对比，我们并将 763 天的打折力度绘制折线图，如图 5 所示。

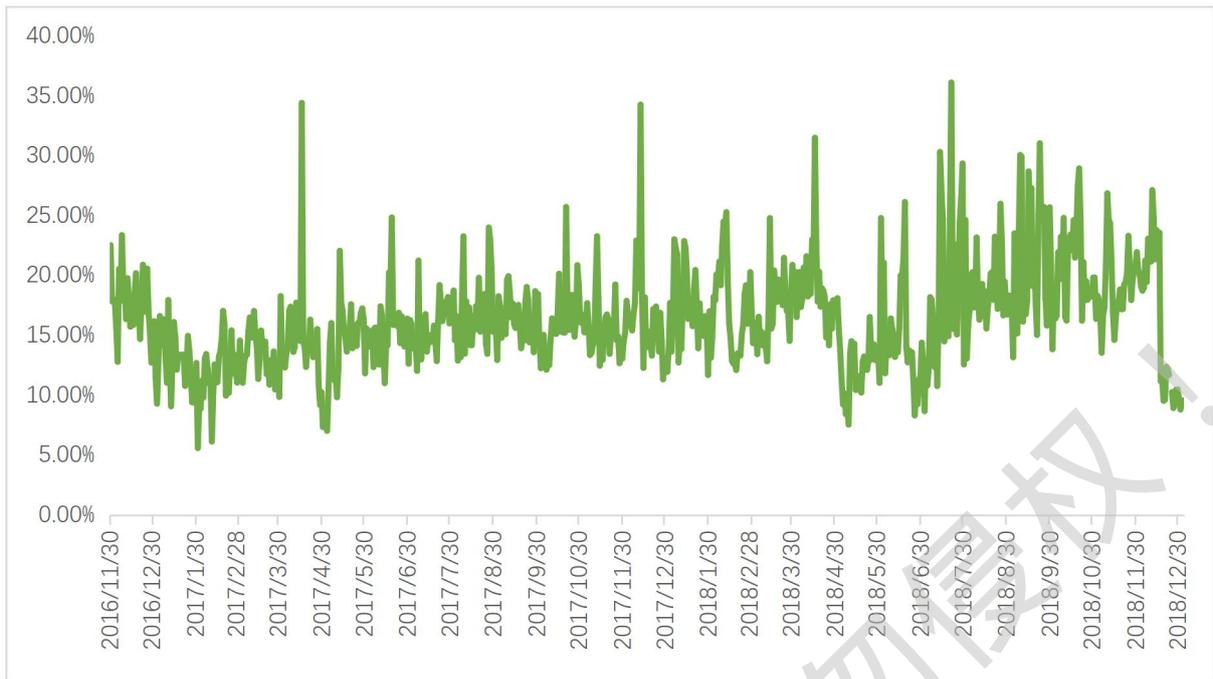


图 5 2016 年 11 月 30 日到 2019 年 1 月 2 日每天的打折力度统计图

由表 8 和图 5 可以看出每天的打折力度是有差异的，上下波动没有规律。2018 年 7 月 21 日的打折力度最大，达到 36.11%。同样的，我们看出 2017 年 4 月 15 日的打折力度排第二，达到 34.41%，2017 年 12 月 12 日的打折力度排第三，达到 34.27%。

结合附件 1、2 的打折商品与总商品占比情况和售出商品数量与总售出商品数量占比情况，如表 9 所示。

表 9 打折力度最大的三天的占比情况

日期	打折商品数	占总商品数的比例	售出商品数	占总售出数量的比例
2018/7/21	2973	49.24%	3379	42.35%
2017/4/15	976	48.01%	1524	50.13%
2017/12/12	1773	53.34%	2612	54.29%

由表 9 我们可以看出这三天的打折商品占总商品的数量接近一半甚至超过一半，打折商品售出数量占总商品售出数量接近一半或超过一半。这就是商场利用“薄利多销”策略。

5.3 打折力度与销售额及利润率的关系分析

根据问题一计算的天营业额、利润率和问题二计算的打折力度，我们分别对打折力度与销售额及利润率的关系进行分析。

1. 打折力度与销售额的关系分析

我们用 Excel 分别绘制每天打折力度与对应的商品销售额的散点图，如图 6 所示。

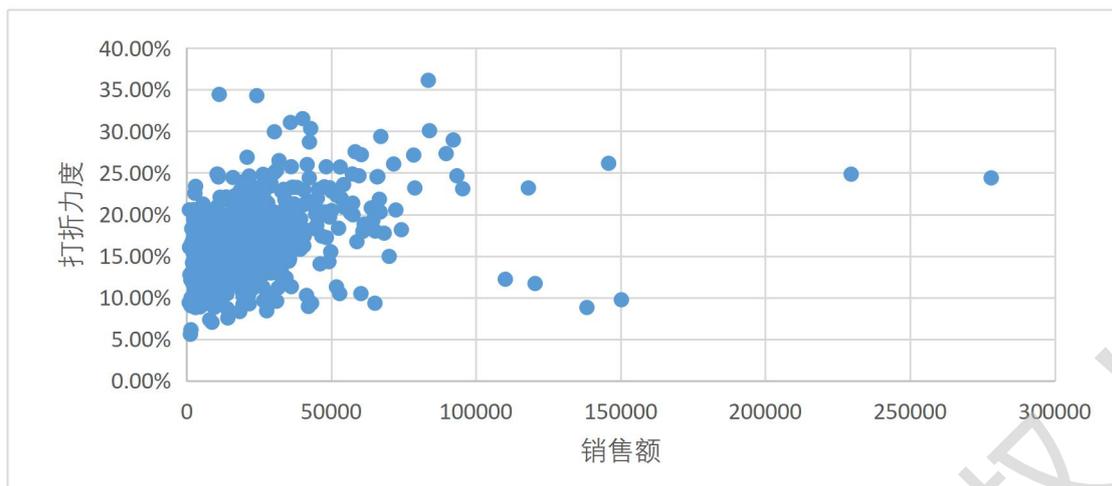


图 6 每天打折力度与对应的商品销售额的散点图

由图 6 可以看出，当日销售额在 50000 以内时打折力度集中分布在 5%~25%之间，当日销售额超出 150000 后，打折力度变化不大，在 25%附近上下波动。

为检验打折力度与销售额的线性相关程度，我们用相关系数的公式

$$S(D,Y) = \frac{Cov(D,Y)}{\sqrt{Var[D] \cdot Var[Y]}}$$

利用 Excel 对这两组数据做相关性分析，分析结果显示，相关系数 $S \approx 0.397$ ，呈弱正相关关系，表示低度直线相关。说明营业额大则打折力度强，营业额小则打折力度弱。

为进一步分析打折力度与销售额的关系，我们利用 SPSS^[2] 统计软件对这两组数据进行回归分析，结果如图 7 所示。

模型摘要和参数估算值									
因变量: 打折力度									
方程	R 方	F	模型摘要			参数估算值			
			自由度 1	自由度 2	显著性	常量	b1	b2	b3
线性	.158	142.335	1	761	.000	.149	7.437E-7		
对数	.210	202.494	1	761	.000	-.036	.021		
二次	.208	99.910	2	760	.000	.140	1.387E-6	-4.485E-12	
三次	.231	75.946	3	759	.000	.132	2.198E-6	-1.862E-11	4.444E-17
幂	.194	182.765	1	761	.000	.050	.121		
增长	.123	106.727	1	761	.000	-1.920	3.956E-6		
指数	.123	106.727	1	761	.000	.147	3.956E-6		
Logistic	.123	106.727	1	761	.000	6.822	1.000		

自变量为 销售额。

图 7 打折力度与销售额的回归分析

由图 7 可以看出，线性、对数、二次、三次、幂等回归模型的 sig 值都为 0.000，说明都是显著的，其中线性、二次、三次、增长和指数模型的参数估算值比较小，结合 R 方考虑，R 方越大拟合程度越好，所以我们建立对数回归模型为

$$D = -0.036 + 0.021 \cdot \ln Y$$

利用 SPSS 对打折力度和销售额的散点进行拟合，拟合图形如图 8 所示。

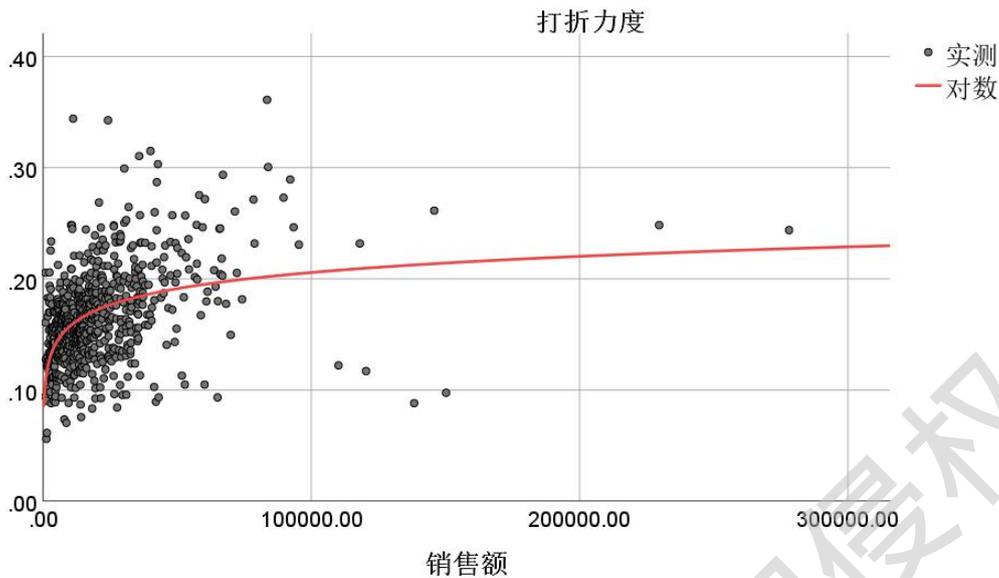


图 8 打折力度和销售额的对数拟合图

从图 8 可以看出打折力度和销售额的对数模型拟合效果较好，从中也可以看出随着营业额的增大，打折力度的变化由快速上升到缓慢增长，最后趋于平稳。

2. 打折力度与利润率的关系分析

我们用 Excel 分别绘制每天打折力度与对应的利润率的散点图，其中利用 $r=20\%$ 计算的利润率如图 9 所示。

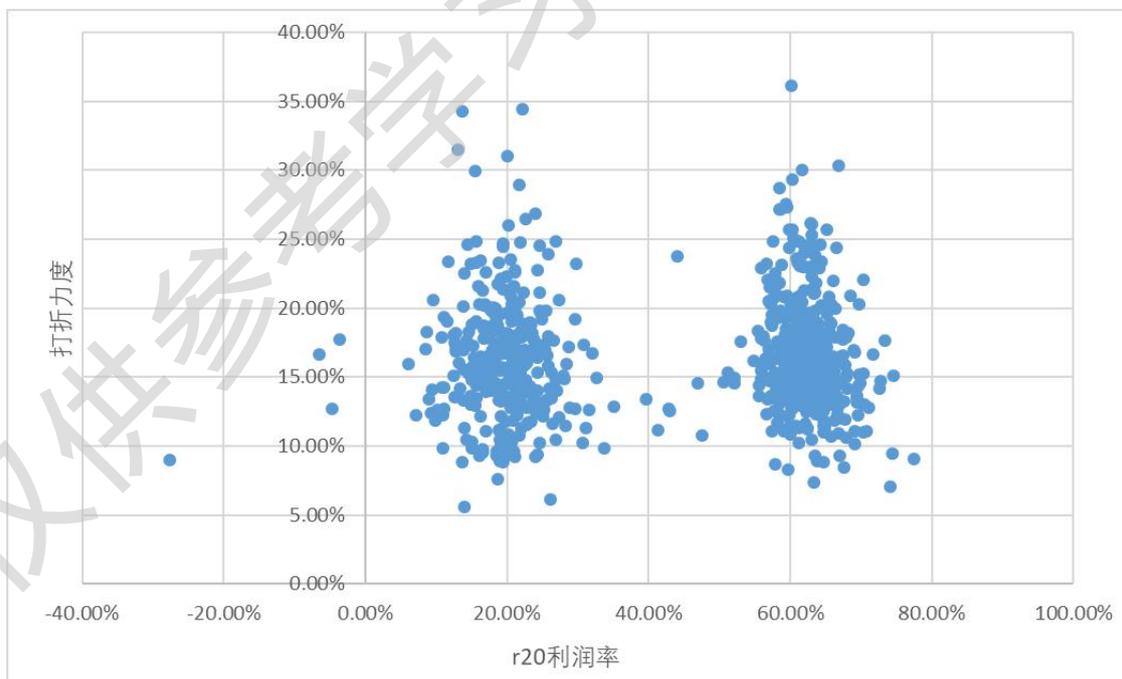


图 9 每天的打折力度与利润率 ($r=20\%$) 的散点图

由图 9 可以看出，当天利润率 ($r=20\%$) 分布集中在 20%和 60%附近，打折力度在 5%至 40%之间，集中在 10%至 25%之间，有 4 个利润率 ($r=20\%$) 为负值，说明这 4 天是亏

本的。

我们利用 Excel 对打折力度与利润率($r=20\%$)做相关性分析, 相关系数 $S \approx -0.002$, 不成相关关系。但是负号说明利润率与打折力度的变化是相反的。

为进一步分析打折力度与利润率 ($r=20\%$) 的关系, 我们利用 SPSS 统计软件对这两组数据进行回归分析, 结果如图 10 所示。

因变量: 打折力度									
方程	R 方	F	模型摘要			参数估算值			
			自由度 1	自由度 2	显著性	常量	b1	b2	b3
线性	.001	.620	1	761	.431	.162	.005		
对数 ^a									
二次	.010	3.730	2	760	.024	.145	.126	-.150	
三次	.015	3.779	3	759	.010	.148	.059	.153	-.320
幂 ^a									
增长	.002	1.402	1	761	.237	-1.860	.050		
指数	.002	1.402	1	761	.237	.156	.050		
Logistic	.002	1.402	1	761	.237	6.426	.952		

自变量为 r20。
a. 自变量 (r20) 包含非正值。最小值为 -.28。无法计算对数模型和幂模型。

图 10 打折力度与利润率 ($r=20\%$) 的回归分析

由图 10 可以看出, 只有二次回归模型是显著的, sig 为 0.024 ($0.024 < 0.05$), 所以我们建立的一元二次回归模型为

$$D = 0.145 + 0.126R - 0.150R^2$$

利用 SPSS 对打折力度和利润率 ($r=20\%$) 的散点进行拟合, 拟合图形如图 11 所示。

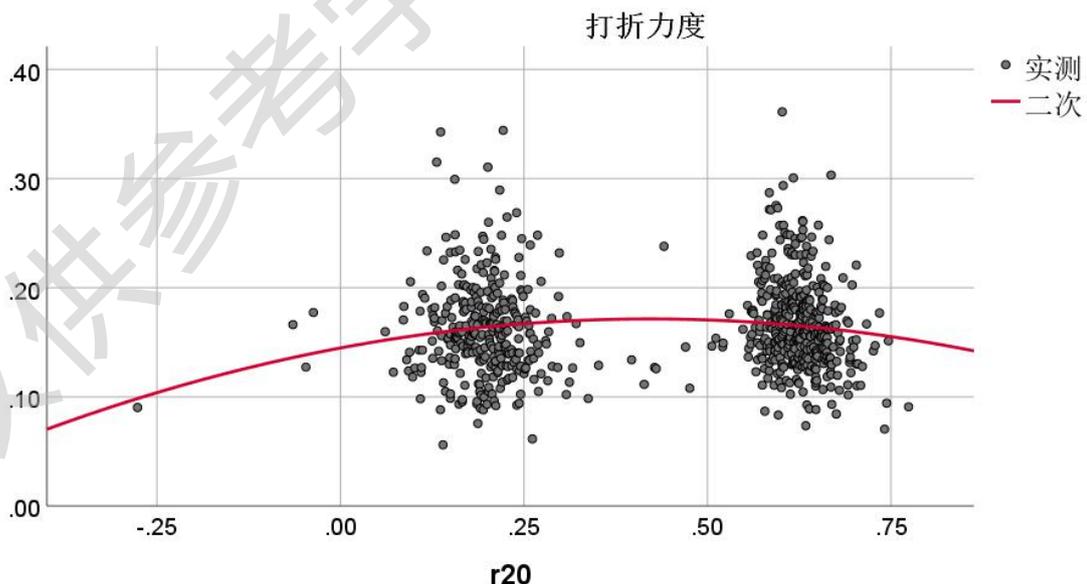


图 11 打折力度和利润率 ($r=20\%$) 的二次函数拟合图

从图 11 可以看出打折力度和利润率 ($r=20\%$) 的二次函数拟合效果较好, 从中也可以看出随着利润率的增加, 打折力度的变化由缓慢上升到缓慢下降。利润率的数据集中

在 20%和 60%附近，打折力度集中在 10%至 25%之间。

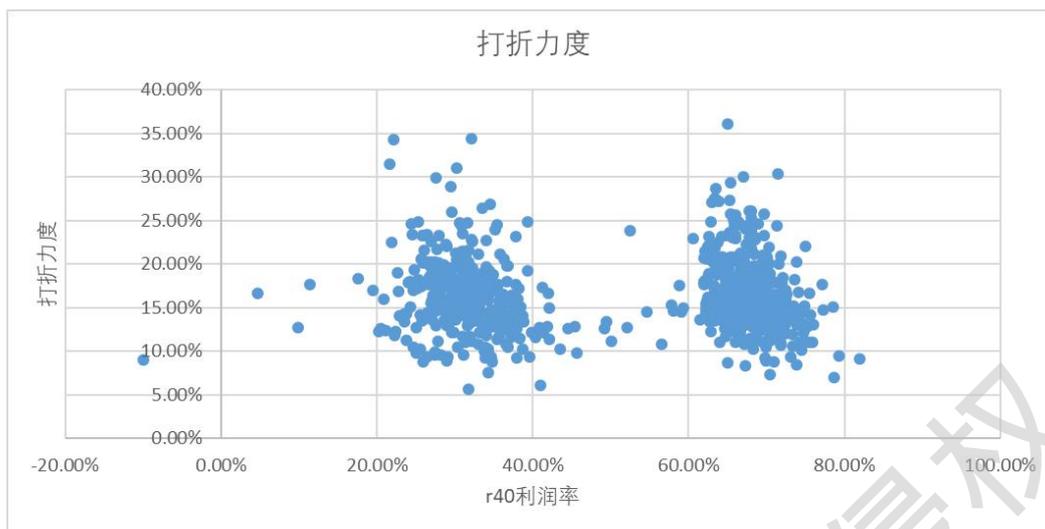


图 12 每天的打折力度与利润率（r=40%）的散点图

由图 12 可以看出，当天利润率（r=40%）集中在 20%至 40%和 60%至 80%之间，打折力度介于在 5%至 35%之间，集中在 10%至 25%之间。有一个利润率为负数，说明该天是亏本的。

我们利用 Excel 对打折力度与利润率(r=40%)做相关性分析，相关系数 $S \approx -0.038$ ，不成相关关系。但是负号说明利润率与打折力度的变化是相反的。

为进一步分析打折力度与利润率（r=40%）的关系，我们利用 SPSS 统计软件对这两组数据进行回归分析，结果如图 13 所示。

因变量: 打折力度		模型摘要和参数估算值							
方程	R 方	F	模型摘要			参数估算值			
			自由度 1	自由度 2	显著性	常量	b1	b2	b3
线性	.000	.010	1	761	.922	.165	-.001		
对数 ^a									
二次	.005	2.063	2	760	.128	.135	.143	-.147	
三次	.016	4.058	3	759	.007	.168	-.168	.710	-.689
幂 ^a									
增长	.000	.073	1	761	.787	-1.845	.013		
指数	.000	.073	1	761	.787	.158	.013		
Logistic	.000	.073	1	761	.787	6.330	.987		

自变量为 r40。

a. 自变量 (r40) 包含非正值。最小值为 -.10。无法计算对数模型和幂模型。

图 13 打折力度与利润率（r=40%）的回归分析

由图 13 可以看出，只有三次函数模型是显著的（sig<0.05），所以我们建立一元三次回归模型为

$$D = 0.168 - 0.168R + 0.710R^2 - 0.689R^3$$

利用 SPSS 对打折力度和利润率（r=40%）的散点进行拟合，拟合图形如图 14 所示。

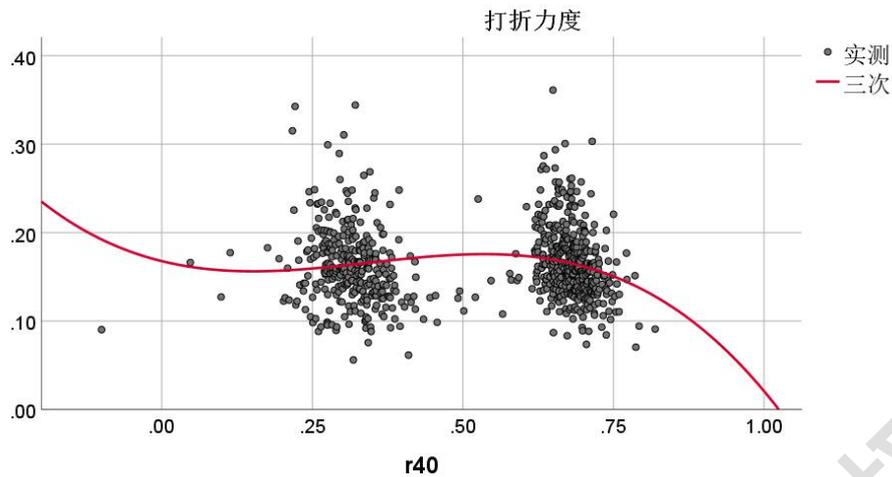


图 14 打折力度和利润率（r=40%）的三次函数拟合图

从图 14 可以看出打折力度和利润率（r=40%）的三次函数在 0%至 75%之间拟合效果较好。

5.4 归类后打折力度与销售额及利润率的关系变化分析

本问进一步考虑商品的大类区分，打折力度与商品销售额以及利润率的关系有何变化。我们按照附件 4 商品信息表中的一级类目对商品进行大类区分。其中手机类归类下的商品为“徐福记 新年糖缤纷什锦装 318g”，商品标题与类目信息不相符，因此我们将手机类改为糖果套装。

我们利用 Excel 命令对附件 1、2 的商品分类，具体分类流程步骤如图 15 所示。

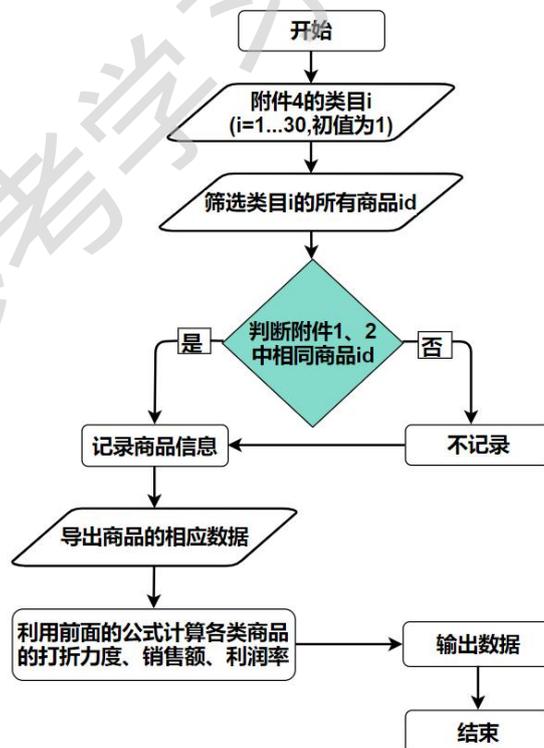


图 15 附件 1，附件 2 商品分类流程图

我们一共划分了 30 个大类， 如表 10 所示。

表 10 附件 1、2 商品分类名称

序号	类目名称	序号	类目名称	序号	类目名称
1	日配冷藏	11	烘培	21	玩具
2	粮油副食	12	水产	22	家居家装
3	日化用品	13	居家日用	23	节庆用品
4	水果蔬菜	14	宠物生活	24	节日用品
5	酒水饮料	15	情趣用品	25	医疗器械
6	休闲食品	16	营养保健	26	办公用品
7	肉类	17	美食	27	运动户外
8	个人清洁	18	服装服饰	28	糖果套装
9	进口商品	19	家用电器	29	文化用品
10	母婴	20	纺织用品	30	鲜花礼品

我们利用 Excel 计算各类商品的打折力度、商品销售额及利润率 ($r=20\%$ 和 $r=40\%$)，(详细数据见支撑材料中的附录 4)。我们分别对打折力度与销售额及利润率的关系进行分析，讨论商品分类与按天计算的变化。

在计算打折力度时我们发现四个类目的打折力度为 0，分别为“节庆用品”、“节日用品”、“糖果套装”和“鲜花礼品”。这是由于节假日当天商品为畅销品，基本不打折。

1. 打折力度与销售额的关系分析

类似问题三，我们利用 Excel 对打折力度与销售额做相关性分析，相关系数 $S \approx 0.365$ ，呈弱正相关关系。说明营业额大则打折力度强，营业额小则打折力度弱。

为进一步分析打折力度与销售额的关系，我们利用 SPSS 统计软件对打折力度与销售额进行回归及显著性分析结果如图 16 所示。

因变量: 打折力度									
方程	R 方	F	模型摘要			参数估算值			
			自由度 1	自由度 2	显著性	常量	b1	b2	b3
线性	.133	4.312	1	28	.047	.050	1.459E-8		
对数	.293	11.597	1	28	.002	-.027	.008		
二次	.184	3.043	2	27	.064	.044	3.992E-8	-5.639E-15	
三次	.190	2.028	3	26	.135	.043	5.430E-8	-1.636E-14	1.557E-21
幂 ^a
增长 ^a
指数 ^a
Logistic ^a

自变量为 销售额。

a. 因变量 (打折力度) 包含非正值。最小值为 .00。无法应用对数转换。无法针对此变量计算复合模型、幂模型、S 模型、增长模型、指数分布模型和 Logistic 模型。

图 16 商品归类后打折力度与销售额的回归分析

由图 16 可以看出，只有对数回归模型的 sig 值为 0.002 (sig<0.05) 是显著的，sig 越小拟合程度越好，所以我们建立对数回归模型为

$$D = -0.027 + 0.008 \cdot \ln \hat{Y}$$

利用 SPSS 对打折力度和销售额的散点进行拟合，拟合图形如图 17 所示。

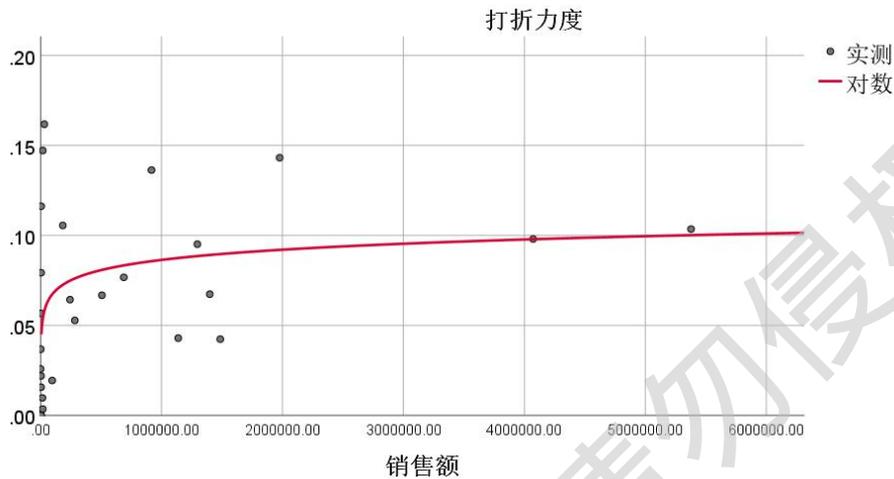


图 17 商品归类后打折力度和销售额的对数拟合图

从图 17 可以看出打折力度和销售额的对数模型拟合效果较好，从中也可以看出随着营业额的增大，打折力度的变化由快速上升到缓慢增长，最后趋于平稳。

对比图 8 和图 17，可以看出打折力度和销售额都是呈指数增长的，但是按天计算的模型在打折力度为 23%附近趋于平稳，而按商品分类的模型在 1 打折力度在 10%附近趋于平稳，说明按商品分类打折力度整体上没有按天计算的强。

2. 打折力度与利润率的关系分析

类似地，我们利用 Excel 对打折力度与利润率 (r=20%) 做相关性分析，相关系数 $S \approx -0.934$ ，呈高度负相关关系。说明利润率大则打折力度弱，利润率小则打折力度强。

为进一步分析打折力度与利润率 (r=20%) 的关系，利用 SPSS 统计软件对打折力度与利润率 (r=20%) 进行回归及显著性分析，结果如图 18 所示。

因变量: 打折力度									
方程	R 方	F	模型摘要			参数估算值			
			自由度 1	自由度 2	显著性	常量	b1	b2	b3
线性	.872	190.514	1	28	.000	.223	-.964		
对数	.860	172.121	1	28	.000	-.209	-.148		
二次	.873	92.968	2	27	.000	.245	-1.248	.859	
三次	.877	61.566	3	26	.000	.134	1.027	-13.766	29.701
幂 ^a
增长 ^a
指数 ^a
Logistic ^a

自变量为 r20 利润率。

a. 因变量 (打折力度) 包含非正值。最小值为 .00。无法应用对数转换。无法针对此变量计算复合模型、幂模型、S 模型、增长模型、指数分布模型和 Logistic 模型。

图 18 商品归类后打折力度与利润率 (r=20%) 的回归分析

由图 18 可以看出,线性、对数、二次和三次回归模型的 sig 值都为 0.000(sig<0.05) 是显著的,且 R 方值也都比较接近,约为 0.87,R 方越接近 1 拟合效果越好,所以我们建立四个回归模型为

$$D = 0.223 - 0.964\hat{R}$$

$$D = -0.209 - 0.148 \cdot \ln\hat{R}$$

$$D = 0.245 - 1.248\hat{R} + 0.859\hat{R}^2$$

$$D = 0.134 + 1.027\hat{R} - 13.766\hat{R}^2 + 29.701\hat{R}^3$$

利用 SPSS 对打折力度和利润率 (r=20%) 的散点进行拟合,拟合图形如图 19 所示。

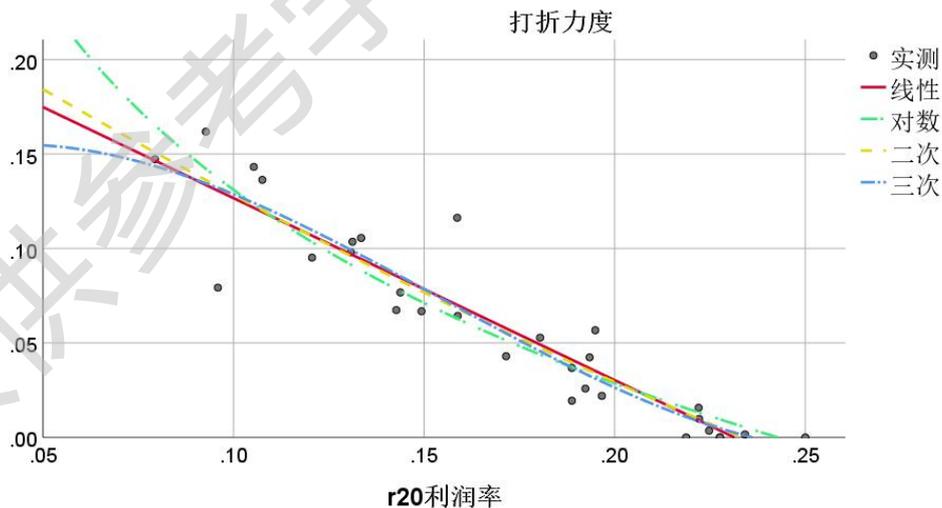


图 19 商品归类后打折力度和利润率 (r=20%) 的四个函数模型拟合图

从图 19 可以看出打折力度和销售额的四类模型拟合效果都较好,从中也可以看出随着利润率的增大,打折力度的变化是递减的。

对比图 11 和图 19，按天计算的模型在打折力度和利润率都是比较集中的，利润率（ $r=20\%$ ）集中在 20%和 60%附近，打折力度集中在 10%和 20%之间。而按商品分类打折力度随着利润率的增加而下降，呈明显的递减规律。

同样地，我们利用 Excel 对打折力度与利润率（ $r=40\%$ ）做相关性分析，相关系数 $S \approx -0.935$ ，呈高度负相关关系。说明利润率大则打折力度弱，利润率小则打折力度强。

为进一步分析打折力度与利润率（ $r=40\%$ ）的关系，利用 SPSS 统计软件对打折力度与利润率（ $r=40\%$ ）进行回归及显著性分析，结果如图 20 所示。

因变量: 打折力度									
方程	R 方	F	模型摘要			参数估算值			
			自由度 1	自由度 2	显著性	常量	b1	b2	b3
线性	.874	194.797	1	28	.000	.225	-.365		
对数	.860	171.910	1	28	.000	-.065	-.149		
二次	.875	94.763	2	27	.000	.244	-.456	.103	
三次	.880	63.641	3	26	.000	.113	.558	-2.345	1.867
幂 ^a
增长 ^a
指数 ^a
Logistic ^a

自变量为 r40利润率。

a. 因变量 (打折力度) 包含非正值。最小值为 .00。无法应用对数转换。无法针对此变量计算复合模型、幂模型、S 模型、增长模型、指数分布模型和 Logistic 模型。

图 20 商品归类后打折力度与利润率（ $r=40\%$ ）的回归分析

由图 20 可以看出，线性、对数、二次和三次回归模型的 sig 值都为 0.000（ $\text{sig} < 0.05$ ）是显著的，R 方值也都比较接近，均为 0.87 左右，R 方越接近 1 拟合程度越好，所以我们建立四个回归模型为

$$D = 0.225 - 0.365\hat{R}$$

$$D = -0.065 - 0.149 \cdot \ln\hat{R}$$

$$D = 0.244 - 0.456\hat{R} + 0.103\hat{R}^2$$

$$D = 0.113 + 0.558\hat{R} - 2.345\hat{R}^2 + 1.867\hat{R}^3$$

利用 SPSS 对打折力度和利润率（ $r=40\%$ ）的散点进行拟合，拟合图形如图 21 所示。

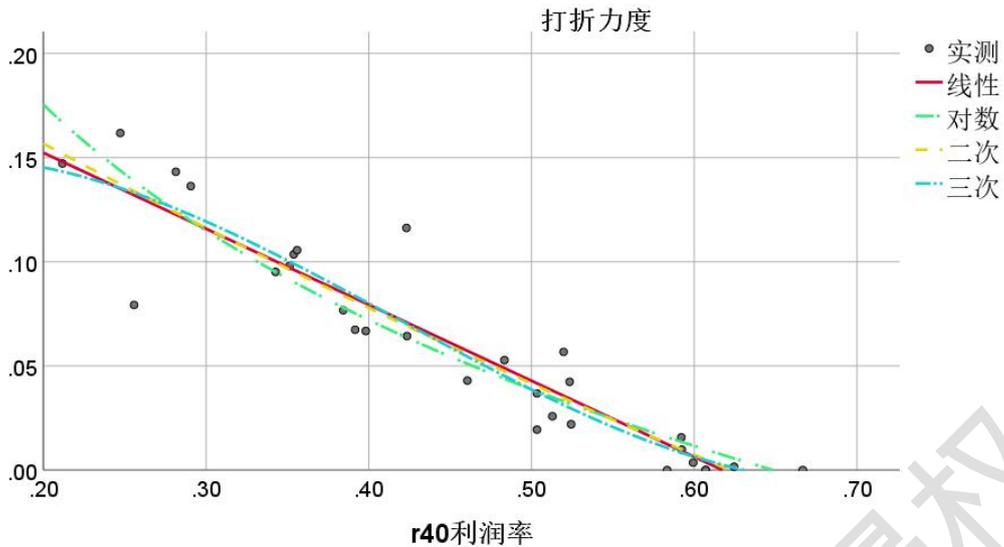


图 21 商品归类后打折力度和利润率（r=40%）的四个函数模型拟合图

从图 21 可以看出打折力度和销售额的对数模型拟合效果较好，从中也可以看出随着营业额的增大，打折力度的变化是递减的。

对比图 14 和图 21，按天计算的模型在打折力度和利润率都是比较集中的，利润率（r=40%）集中在 25%至 70%之间，打折力度集中在 10%和 30%之间。而按商品分类打折力度随着利润率的增加而下降，呈明显的递减规律。

总结：为进一步对比按商品分类和按天计算打折力度与商品销售额以及利润率的关系变化，将其变化规律总结如表 11 所示。

表 11 按分类和按天打折力度与商品销售额以及利润率关系的变化规律

	按天计算的规律	按商品分类的规律
打折力度与销售额	呈弱正相关关系，呈对数增长，打折力度为 23%附近趋于平稳	呈弱正相关关系，呈对数增长，打折力度在 10%附近趋于平稳
打折力度与利润率（r=20%）	不相关，打折力度集中在 10%至 20%之间，利润率集中在 20%和 60%的附近	呈高度负相关，打折力度与利润率呈负相关关系，打折力度随着利润率的增加而下降，呈明显的递减规律
打折力度与利润率（r=40%）	不相关，打折力度集中在 10%至 30%之间，利润率集中在 25%至 70%的之间	呈高度负相关，打折力度与利润率呈负相关关系，打折力度随着利润率的增加而下降，呈明显的递减规律

六、模型分析与评价

1. 模型的分析

本文先通过修正附件 1、2 中的异常数据和附件 4 中商品信息的错误，减少模型误差，然后根据附件 1、2 的销售流水记录数据，建立了营业额模型、利润率模型和打折力度模型。

根据折扣额度与营业额建立衡量每天打折力度的指标，通过计算得到打折力度指标模型较为合理，能有效地说明每天的打折力度，有效地说明“薄利多销”现象。利用 Excel 对打折力度与商品销售量以及利润率做相关性分析，利用 SPSS 建立的回归模型都是显著的，且拟合程度较好，可以有效的说明他们的关系。

对商品合理分类，根据分类建立打折力度与商品销售量以及利润率的回归模型，模型显著，通过与问题三对比，说明打折力度与商品销售量以及利润率的变化。

2. 模型的评价

本文的亮点主要有以下三个方面：

1. 对附件 1、2 给出的数据中出现的异常数据和附件 4 中商品信息异常归类进行了修正。

2. 图表结合分析，更清晰描述该商场的营业额、利润率和打折力度之间的关系。分析其“薄利多销”现象。

3. 利用了 SPSS 统计软件对打折力度与销售额及对应利润率进行回归及显著性分析，结果更准确，简化工作量。

由于时间关系，本文在问题四数据处理时还存在着欠缺，商品归类后，我们只对每一类进行计算总的打折力度、利润率和营业额，并没有研究其每一天变化规律。

参考文献

[1] 刘强 办公自动化高级应用案例教程：Office 2016 北京 电子工业出版社 2018

[2] 薛薇 SPSS 统计分析方法及应用 北京 电子工业出版社 2017